Jishin Kougaku Kenkyusho, Inc.
Technical Report

TR No.0007

複素応答法における等価剛性の求め方

等価線形法の理論的背景

従来は骨格曲線で割線剛性を使用してきたが、ここでは複雑な問題を簡略化して、最小二乗法を用いて、ループを描く応力ー歪関係を最も誤差の少ない等価剛性と等価粘性係数を求める事を主眼とした。これにより地震時に強い非線形性を示す地盤に応用できる適応範囲を検討した。

等価剛性と等価減衰

典型的な応力ー歪のヒステレシスループを図 1 に示す。この応力のヒステレシスを歪と歪速度の関数として式で示すと以下の(1)式で表現できる。

$$\phi(\gamma,\dot{\gamma})=\frac{1}{2}(\phi_{+}(\gamma)(1+sign\ \dot{\gamma})+\phi_{-}(\gamma)(1-sign\ \dot{\gamma})) \quad (1)$$

ここで

ϕ = 全体のヒステレシス曲線

ϕ_{+} = 歪速度が正の場合のループ部分で図中 BDA に対応する。

ϕ_{-} = 歪速度が負の場合のループ部分で図中 ACB に対応する。

γ = 歪

$\dot{\gamma}=\partial\gamma/\partial t$ = 歪速度

上式は歪速度が正の場合は$\phi(\gamma,\dot{\gamma})=\phi_{+}(\gamma)$で、歪速度が負の場合は$\phi(\gamma,\dot{\gamma})=\phi_{-}(\gamma)$となる。

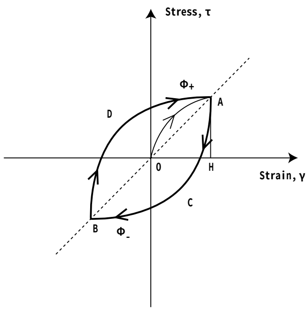

図 1　典型的な応力ー歪のヒステレシスループ

ここでこのヒステレシスループを等価せん断弾性係数 G と等価粘性係数 C で考え、1 サイクルの間に生じる誤差 E を最小二乗法により求める。誤差 E はせん断弾性係数 G と粘性係数 C と振動数ωと歪と歪速度の関数として表される。

$$E(G,V;\omega,\gamma)=\frac{\omega}{2\pi}\int_{0}^{\frac{2\pi}{\omega}}(\phi(\gamma,\dot{\gamma})-G\gamma-C\dot{\gamma})^{2}\,dt$$

簡略された等価剛性 G の式は以下のようになる。

$$G(\omega,\bar{\gamma})=\frac{1}{\pi\gamma}\int_{-1}^{1}((\phi_{+}(\bar{\gamma}\xi)+\phi_{-}(\bar{\gamma}\xi))\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^{2}}})\,d\xi$$

更に、等価粘性係数 C は次の様に表現される。

$$C(\omega,\bar{\gamma})=\frac{1}{\pi\bar{\gamma}^{2}|\omega|}\int_{-1}^{1}\bar{\gamma}(\phi_{+}(\bar{\gamma}\xi)-\phi_{-}(\bar{\gamma}\xi))\,d\xi$$

$$=\frac{\text{ヒステレシスループの面積}}{\pi\bar{\gamma}^{2}|\omega|}$$

ここでξ= cosωt

上式で表される定数は、最小二乗法による任意の歪レベル時の等価せん断弾性係数 G と等価粘性係数 C である。これがヒステレシスをもつ非線形物性を線形なせん断弾性係数 G と粘性係数 C で表した場合の最善の近似である。

この式で求められた等価せん断弾性係数 G は割線剛性よりも少し傾きが小さい傾向にある。この結果減衰定数が大きくなる。

解析ケース

要素テストとして 40.0Hz の固有振動数（ケース 1）をもつ高さ 2.5m の 1 層地盤（Vs=400m/s）と 80.0Hz の固有振動数（ケース 2）をもつ高さ 1.25m の 1 層地盤（Vs=400m/s）をモデルとして考えた。入力は振動数として 1.0Hz､2.5Hz､5.0Hz､10.0Hz の 4 種類の正弦波を考え、最大加速度は 100gal､500gal､1000gal､1500gal､2000gal､3500gal､5000gal､7500gal､10000gal､15000gal の 10 段階の最大加速度を考えた。また等価線形解析に使用した歪依存曲線は砂質地盤を想定し RO モデル（降伏歪 γ_x=2.0×10^{-4}）を基に作成した（図 2 参照）。

解析は割線剛性と最小二乗法による歪曲線をおのおの同一条件で使用し応答の相違を検討した。応答結果は全応力の時刻歴解析と比較した。

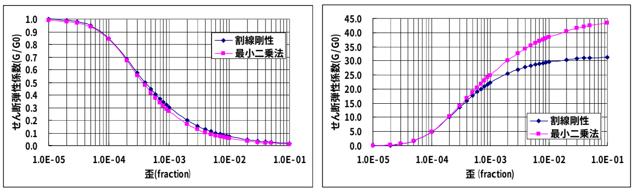

図 2　等価線形法に用いた歪依存曲線

解析結果

非線形全応力解析で得られた歪に着目して解析結果を整理した。図 3 の a)～d)に解析結果を示した。横軸には時刻歴解析の歪、縦軸は a)は最大加速度、b)は最大歪である。最大応力は応力を求めるにあたって複素剛性を使用して計算した場合と線形として計算した場合を示した。c)は剛性を複素数で d)は剛性を実数として考えた場合である。計算結果はすべて全応力の時刻歴解析の応答結果との誤差を%で表した。図中の黒印(X)は割線剛性を使用し、赤丸(〇)は最小二乗法を使用した応答結果である。

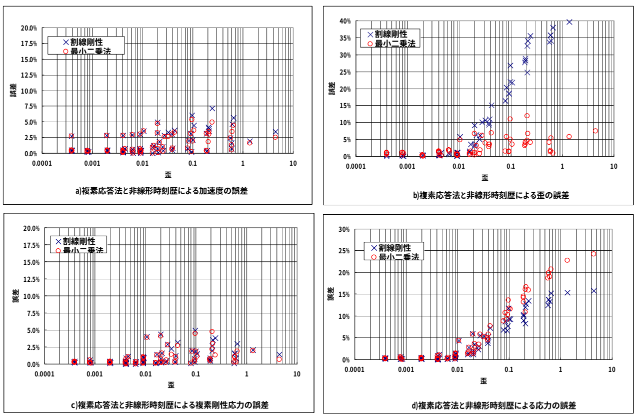

図 3　割線剛性と最小二乗法との比較

図 3 b)から明らかなように歪の最大値は最小二乗法から求めた剛性を使用すると誤差がたかだか 10%程度に収まる。また図 c)では応力の計算に複素剛性を使用すると誤差が 5%以内に収まることが示されている。

以上のことを踏まえて、参考までに、代表的な応力・歪のヒステレシスループを図 4 a)～ b)に示した。黒のループは非線形解析、赤のループは最小二乗法から求めた剛性を使用した場合、青のループは割線剛性を使用した場合である。図 4 a)は歪レベルが 1.29%と 4.80%でかなり大きな歪レベルでの比較である。また図 4 b)は 0.57%と 0.02%と比較的中程度の歪レベルの比較である。

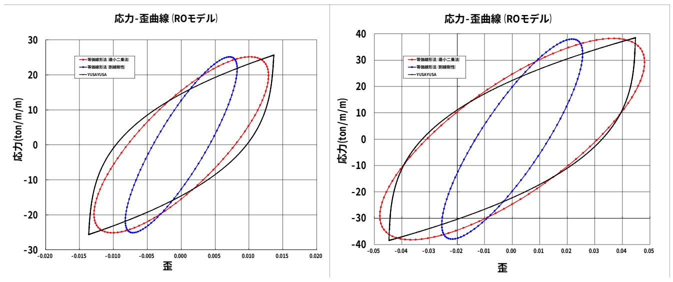

図 4 a)　ヒステレシスループ（歪＝1.29%と 4.80%）

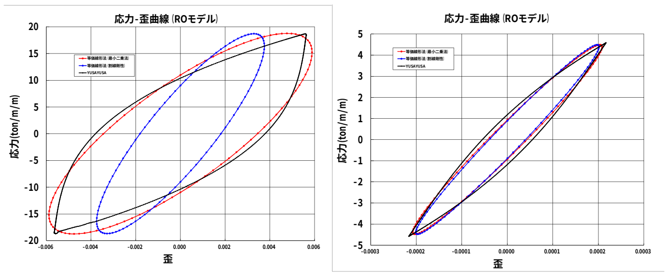

図 4 b)　ヒステレシスループ（歪＝0.57%と 0.02%）

まとめ

1)　割線剛性を使用するよりも最小二乗法で求められた G-γ 曲線を使用する方が非線形解析を的確に表現していると考えられる。しかしながら歪の小さいところではどちらでも良い。

2)　応力の計算には複素剛性を考慮するべきであると思われる。因みにこの場合、誤差は 5%以内である。

3)　RO モデルと複素剛性による履歴減衰のヒステレシスループの形状は若干異なっているが、実問題として非常に良い一致が得られたと思われる。

結論としては等価線形法と非線形時刻歴とは良好な一致が認められた。特に数%の歪レベルでもかなりの精度が得られた事については、要素テストとして十分満足な結果と思われる。

株式会社　地震工学研究所

お気軽にお問い合わせ下さい。

〒160-0004　東京都新宿区四谷 4-27-2　新宿 Y ビル 3 階
Tel ： 03-3226-8733
Mail ： jkk@flush.co.jp
URL ：http://www.flush.co.jp